Travelling Salesman Problem

여러 도시가 주어졌을 때, 한 도시에서 출발하여 모든 도시를 단 한번씩 방문하고 다시 출발 도시로 돌아오는 경로 중에서 총 이동 비용(또는 거리)이 최소가 되는 경로를 찾는 문제

노드는 영업장

해밀턴 순환이 많이 들어있기 때문에 빨리 찾을 수 없고, 추측하는 알고리즘을 사용한다.

Real World Example

지도 경로, 전자 회로 구성(완전그래프 모양)

Heuristics for TSP

최적해(가장 짧은 경로)를 반드시 보장하지는 않지만, 현실적으로 빠른 시간 내에 좋은(짧은) 경로를 찾기 위해 고안된 경험적 알고리즘들을 의미합니다.

TSP는 도시 수가 많아질수록 모든 경로를 계산하는 것은 불가능에 가까우므로, 실제 응용에서는 휴리스틱이 널리 사용됩니다.

Insertion Heuristics for Tsp

1. 초기 경로(2~3개 도시)로 시작

2. 남은 도시 중 하나를 선택(선택 기준은 위의 방식에 따라 다름)

Nearest node, Cheapest node, random node

3가지 중에 Nearest node가 제일 좋고, Cheapest node가 제일 나쁘다.

3. 기존 경로의 어느 간선 사이에 삽입할지 결정(삽입 후 경로 증가량이 최소가 되도록)

4. 모든 도시가 경로에 포함될 때까지 반복

결과적으로 해밀턴 순회

Nearest node : 최적의 경로를 빠르게 찾아낼 수 있다.(추측)

Lower Bound for TSP

간선 하나 제거하면 path가 되며, tree가 된다.

최소 신장 트리가 아닐 수 있다. MST로 보면 가중치를 낮출 수 있다.

Cost of optimal tour >= cost of its spanning tree >= cost of MST

Upper Bound for Metric TSP

Cost of optimal tour <= 2 \* cost of MST

MST를 사용하여 해밀턴 순회를 최적화 시킬 수 있다.

여태까지 해밀턴 순회 최적화 하는 방법들이었다.

Chinese Postman Problem

그래프 이론에서 모든 간선을 최소한 한 번씩 모두 지나면서 출발점으로 돌아오는 가장 짧은 경로(closed path)를 찾는 문제

오일러 회로와 밀접한 연관, 홀수 차수 정점 쌍 매칭 필요

Augmentation

홀수 차수 정점 쌍을 최단 경로로 연결해 차수를 짝수로 만드는 과정

Handshaking Lemma : 홀수 차수 정점은 반드시 짝수 개, 이들을 쌍지어 연결해야 함

모든 그래프는 augmentation이 가능하다.

증간된 그래프에서 오일러 회로(모든 간선을 최소 한 번씩 방문하는 경로) 탐색 가능